

ZAPOREDJA

2, 4, 6, 8, ...

$a_1, a_2, a_3, a_4 \Rightarrow$ člen a , 1, 2, 3 ... število, ki pove kateri člen je v vrsti

SPLOŠNI ČLEN $\Rightarrow a_n$

NARAŠČA

spodnja meja: $m=2$

zgornja meja: $M = \dots$ /

✓ Zaporedje je omejeno, če ima spodnjo in zgornjo mejo

NALOGE

1. Dano je zaporedje

$$a_n = \frac{n + (-1)^n}{2}$$

• Zapišite prve štiri člene zaporedja in narišite prve štiri točke grafa tega zaporedja.

$$a_n = \frac{n + (-1)^n}{2}$$

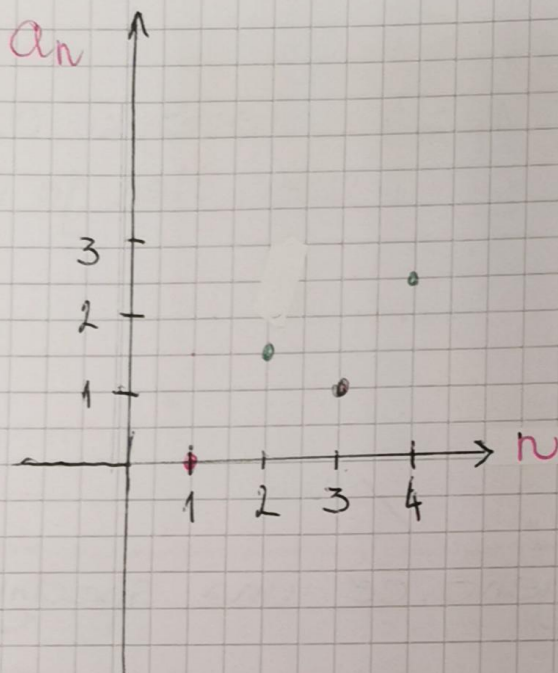
↓

$$* a_1 = \frac{1 + (-1)^1}{2} = \frac{1 + (-1)^1}{2} = \frac{1 - 1}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$* a_2 = \frac{2 + (-1)^2}{2} = \frac{2 + (-1)^2}{2} = \frac{2 + 1}{2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$* a_3 = \frac{3 + (-1)^3}{2} = \frac{3 + (-1)^3}{2} = \frac{3 - 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$* a_4 = \frac{4 + (-1)^4}{2} = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$



TOČKE

(a_n, n)

1, 0

2, $1\frac{1}{2}$

3, 1

4, $2\frac{1}{2}$

2. Dano je zaporedje $a_n = -n^2 + 3n + 2$.
Zapišite prve štiri člene zaporedja in
narišite prve štiri točke grafa tega
zaporedja.

$$* a_n = -n^2 + 3n + 2$$

$$* a_1 = -1^2 + 3 \cdot 1 + 2 = -1 + 3 + 2 = 4$$

$$a_2 = -2^2 + 3 \cdot 2 + 2 = -4 + 6 + 2 = 4$$

$$a_3 = -3^2 + 3 \cdot 3 + 2 = -9 + 9 + 2 = 2$$

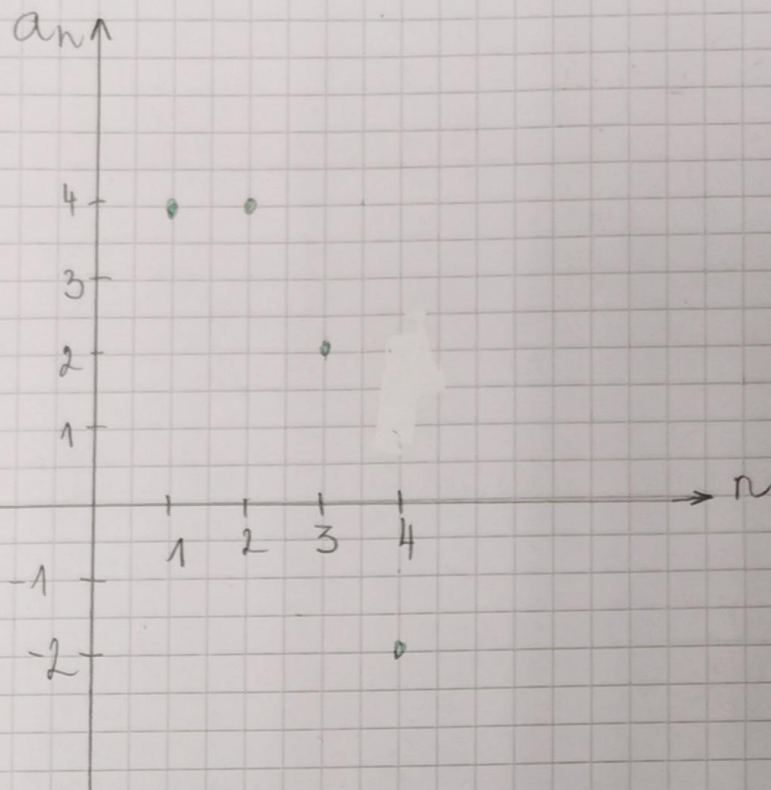
$$a_4 = -4^2 + 3 \cdot 4 + 2 = -16 + 12 + 2 = -2$$

TOČKE : a_n n
1, 4

2, 4

3, 2

4, -2



3. Dano je zaporedje $a_n = \frac{2n}{n+1}$

3.1. Zapišite prve štiri člene zaporedja in izračunajte njihovo vsoto.

3.2. kateri člen je $\frac{33}{17}$?

3.3. Kolikšna je natančna zgornja meja in kolikšna je natančna spodnja meja danega zaporedja? Odgovor utemeljite

3.1. $a_n = \frac{2n}{n+1}$

$$a_1 = \frac{2 \cdot 1}{1+1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$a_2 = \frac{2 \cdot 2}{2+1} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} = 1,33$$

$$a_3 = \frac{2 \cdot 3}{3+1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1,5$$

$$a_4 = \frac{2 \cdot 4}{4+1} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5} = 1,6$$

NARASČA

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 =$$

$$1 + 1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2} + 1\frac{3}{5} =$$

$$\frac{1}{1} + \frac{4 \cdot 10}{3 \cdot 10} + \frac{2 \cdot 15}{2 \cdot 15} + \frac{8 \cdot 6}{5 \cdot 6} =$$

$$\frac{30}{30} + \frac{40}{30} + \frac{45}{30} + \frac{48}{30} = \frac{163}{30} = 5\frac{13}{30}$$

3.2. kateri člen zaporedje je $\frac{33}{17}$?

$$a_n = \frac{2n}{n+1}$$

$$a_n = \frac{33}{17}$$

$$\frac{2n}{n+1} = \frac{33}{17}$$

$$2n \cdot 17 = 33(n+1)$$

$$34n = 33n + 33$$

$$34n - 33n = 33$$

$$\underline{n = 33}$$

$$a_n = 33$$

3.3

$$m = 1 \quad M = 2$$

ZA IZRAČUN ŽGORNJE MEJE UPORABI
VISOKA STEVILA.

Primer

$$a_n = \frac{2n}{n+1}$$

$$a_{1000} = \frac{2 \cdot 1000}{1000+1} = \frac{2000}{1001} = \underline{\underline{1,99}}$$

$$a_{10000} = \frac{2 \cdot 10000}{10000+1} = \frac{20000}{20001} = \underline{\underline{1,99}}$$

ARITMETIČNO ZAPOREDJE

VEDNO PRISTEVAMO ALI ODŠTEVAMO

$$\begin{array}{ccccccc} & +3 & +3 & +3 & & & \\ & \swarrow & \swarrow & \swarrow & & & \\ a_1 & 2 & 5 & 8 & 11 & & \\ & \searrow & \searrow & \searrow & & & \\ & a_2 & a_3 & a_4 & & & \end{array}$$

$$d(\text{diferenca}) = 3$$

$$\begin{array}{ccccccc} & -5 & -5 & -5 & & & \\ & \swarrow & \swarrow & \swarrow & & & \\ a_1 & 10 & 5 & 0 & -5 & & \\ & \searrow & \searrow & \searrow & & & \\ & a_2 & a_3 & a_4 & & & \end{array}$$

$$d = -5$$

$$\begin{array}{ccccccc} & -2 & -2 & -2 & & & \\ & \swarrow & \swarrow & \swarrow & & & \\ a_1 & 3 & 1 & -1 & -3 & & \\ & \searrow & \searrow & \searrow & & & \\ & a_2 & a_3 & a_4 & & & \end{array}$$

$$d = -2$$

DIFERENCO DOBIMO TAKO DA OD
NASLEDNJEGA ČL. ODŠTEJEMO PREJŠNJEGA
PRIMER

$$d = a_2 - a_1, d = a_3 - a_2, d = a_4 - a_3$$

FORMULA ZA DIFERENCO

$$d = a_{n+1} - a_n$$

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_1 + 3d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

SPLOŠNI ČLEN

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

VSOTA n -členov

oznaka za "VSOTO n -členov" S_n

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (2a_1 + (n-1)d)$$

NALOGE

1. V spodnjih vrsticah sta zapisani dve aritmetični zaporedji. V okvirčke zapišite manjkajoče člene teh zaporedij.

a) 1, -1, 3, $\boxed{-5}$, $\boxed{-7}$

b) 2, $\boxed{4}$, 6, 8, $\boxed{10}$

8. Za aritmetično zaporedje $-2, 1, 4, 7, \dots$ zapišite diferenco ter njegov peti in petdeseti člen

* $-2, 1, 4, 7$ $d=3$
 $a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4$

$$a_1 = -2$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$d = 3$$

$$a_{50} = -2 + (50-1) \cdot 3$$

$$a_5 = 10$$

$$a_{50} = -2 + 49 \cdot 3$$

$$a_{50} = 145$$

$$a_{50} = -2 + 147 = 145$$

10. Prvi štirje členi aritmetičnega zaporedja so: $-3, -1, 1, 3$.

Zapišite splošni člen tega zaporedja in izračunajte vsoto prvih 100 členov.

* $-3, -1, 1, 3$

$$a_1 = -3$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$d = 2$$

$$a_n = -3 + (n-1) \cdot 2$$

$$a_n = -5 + 2n$$

$$a_n = -3 - 2n - 2$$

$$S_{100} = 9600$$

$$a_n = -5 + 2n$$

$$S_n = \frac{n}{2} (2 \cdot a_1 + (n-1) \cdot d)$$

$$S_{100} = \frac{100}{2} (2 \cdot (-3) + (100-1) \cdot 3)$$

$$= 50 \cdot (-6 + 198) = 50 \cdot 192 = 9600$$

16. Dijaki so zbirali prostovoljne prispevke.

Sodelovalo je 10 dijakov. Zbrani zneski predstavljajo naraščajoče aritmetično zaporedje.

Najmanjši znesek je bil 10. eur, peti pa je bil 20 eur.

16.1. Kolikšen je deseti znesek?

16.2. Koliko so zbrali vsi skupaj?

16.3. Koliko odstotkov zbranih sredstev predstavlja največji znesek?

$$a_1 = 10$$

$$\underline{a_5 = 20}$$

$$16.1. a_{10} =$$

$$16.2. S_{10}$$

$$d = 2,5$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_5 = 10 + (5-1) \cdot d$$

$$20 = 10 + 4d$$

$$-4d = 10 - 20$$

$$-4d = -10 \quad | :4$$

$$\underline{d = \frac{-10}{-4} = 2,5}$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$a_{10} = 10 + (10-1) \cdot 2,5$$

$$a_{10} = 10 + 9 \cdot 2,5$$

$$a_{10} = 10 + 22,5$$

$$\underline{a_{10} = 32,5}$$

$$16.2. S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_n = \frac{10}{2} (2 \cdot 10 + (10-1) \cdot 2,5)$$

$$S_n = 5 \cdot (20 + 9 \cdot 2,5)$$

$$S_n = 5 \cdot (20 + 22,5)$$

$$S_n = 5 \cdot 42,5 = 212,5$$

$$16.3 \quad 212,5 \quad 100\%$$

$$32,5 \quad \times$$

$$212,5 \cdot x = 32,5 \cdot 100$$

$$212,5 \cdot x = 3250 / : 212,5$$

$$x = 15,29\%$$

! 2. Izračunajte x , da bodo $2x-1$, $3x+2$, $6x+1$, prvi trije členi aritmetičnega zaporedja. Izračunajte peti člen tega zaporedja

$$2x-1, 3x+2, 6x+1$$

$$\underbrace{a_1, a_2, a_3}_{d \quad d}$$

$$d=5$$

$$a_2 - a_1 = a_3 - a_2$$

$$3x+2 - (2x-1) = 6x+1 - (3x+2)$$

$$3x+2 - 2x+1 = 6x+1 - 3x-2$$

$$3x - 2x - 6x + 3x = 1 - 2 - 2 - 1$$

$$-2x = -4$$

$$x = -4 / : -2$$

$$x = 2$$

$$a_1 = 2x-1$$

$$a_1 = 2 \cdot 2 - 1 = \underline{3}$$

$$a_2 = 3x+2$$

$$a_2 = 3 \cdot 2 + 2 = \underline{8}$$

$$a_3 = 6x+1$$

$$a_3 = 6 \cdot 2 + 1 = \underline{13}$$

GEOMETRIJSKO

ZAPOREDJE

SAMO

MNOŽIMO

$$1, 3, 9, 27$$

Arithmetic progression with common difference 2: $1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27$

$$2, 4, 8, 16$$

Arithmetic progression with common difference 2: $2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 72, 74, 76, 78, 80, 82, 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, 98, 100$

$$10, 1, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}$$

Arithmetic progression with common difference 2: $10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52, 54, 56, 58, 60, 62, 64, 66, 68, 70, 72, 74, 76, 78, 80, 82, 84, 86, 88, 90, 92, 94, 96, 98, 100$

$$q = k = 3$$

$k = \text{količnik}$

$$q = 2$$

$$q = \frac{1}{10}$$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{a_{15}}{a_{14}}$$

FORMULA ZA KOLIČNIK

$$q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_3 = a_1 \cdot q^2$$

$$a_4 = a_1 \cdot q^3$$

$$a_{10} = a_1 \cdot q^9$$

FORMULA ZA SPLOŠNI ČLEN

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

FORMULA ZA VSOTO n - členov

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

NALOGE

1. V spodnjih vrsticah sta zapisani dve geometrijski zaporedji. V okvirčke zapišite manjkajoče člene teh zaporedij. Zapišite količnik zaporedij.

a) $27, 9, 3, \boxed{1}$ $q = \frac{1}{3}$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

b) $2, \boxed{4}, 8, 16$ $q = 2$

3. Določite manjkajoči člen tako, da bo zaporedje $2, 4, \boxed{}, 16, \dots$ geometrijsko. Izračunajte vsoto prvih osmih členov zaporedja

* G.ž.

$$2, 4, \underline{8}, 16$$

$$S_8 = 510$$

$$q = 2$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$S_8 = 2 \cdot \frac{2^8 - 1}{2 - 1}$$

$$S_8 = 2 \cdot \frac{256 - 1}{1} = 2 \cdot 255$$

$$S_8 = 510$$