

6. V vrsti je po velikosti razvrščenih 6 kamnov. Najlažji tehta 0,25. Vsak naslednji tehta dvakrat toliko kakor prejšnji. Koliko tehta najtežji kamen in koliko tehtajo vsi skupaj.

GZ

$$a_1 = 0,25 \text{ kg}$$

$$q = 2$$

$$a_6 = 8 \text{ kg}$$

$$S_6 = 15,75 \text{ kg}$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_6 = 0,25 \cdot 2^{6-1}$$

$$a_6 = 0,25 \cdot 2^5$$

$$a_6 = 0,25 \cdot 32$$

$$a_6 = 8 \text{ (Najtežji)}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

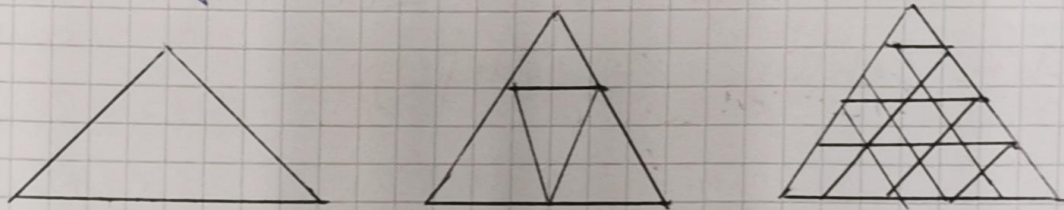
$$S_6 = 0,25 \cdot \frac{2^6 - 1}{2 - 1}$$

$$S_6 = 0,25 \cdot \frac{64 - 1}{1}$$

$$S_6 = 0,25 \cdot 63$$

$$S_6 = 15,75 \text{ (Skupna teža kamnov je 15,75 kg.)}$$

16. Miha je risal zaporedje trikotnikov.
Na vsakem koraku je preštel, koliko je
najmanjših trikotnikov.



* Na prvi sliki je 1, na drugi so 4, na tretji pa
16 najmanjših trikotnikov. Izračunajte, koliko
najmanjših trikotnikov bi bilo na peti sliki
67

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 16$$

$$a_5$$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{1} = 4$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_5 = 1 \cdot 4^{5-1}$$

$$a_5 = 1 \cdot 4^4$$

$$a_5 = 1 \cdot 256 = 256$$

* V družini so starosti sina, hčerke in očeta
zaporedni členi geometrijskega zaporedja
s količnikom 3. Skupaj so stari 65 let.
Izračunajte starost očeta.

67

$$\begin{array}{l} q=3 \\ S_3=65 \\ \hline a_3=45 \end{array}$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$S_3 = a_1 \cdot \frac{3^3 - 1}{3 - 1}$$

$$65 = a_1 \cdot \frac{27 - 1(26)}{2}$$

$$65 = a_1 \cdot 13$$

$$a_1 = 65 : 13$$

$$\underline{a_1 = 5}$$

$$8 = 2 \cdot 4$$

$$2 = 8 : 4$$

$$a_3 = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$a_3 = 5 \cdot 3^{3-2}$$

$$a_3 = 5 \cdot 3 = 15$$

* Prvi trije čleui zaporedja so: $x, x+4, 9x$.

1. Za kateri negativni x je zaporedje geometrijsko?
Zapišite prve štiri čleue tega zaporedja.

2. Za $x=2$ izračunajte vsoto prvih petnajstih členov geometrijskega zaporedja.

3. Kateri člen geometrijskega zaporedja $2, 6, 18, \dots$ ima vrednost 354294?

GZ

1 $x, x+4, 9x$

$$\begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \\ \underbrace{\quad} & \underbrace{\quad} & \\ q = \frac{a_2}{a_1} & q = \frac{a_3}{a_2} & \end{array}$$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2}$$

$$\frac{x+4}{x} \cancel{\cdot \frac{9x}{x+4}}$$

$$(x+4) \cdot (x+4) = 9x \cdot x$$

$$x^2 + 4x + 4x + 16 = 9x^2$$

$$x^2 - 9x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$-8x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$a = -8, b = 8, c = 16$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 8^2 - 4 \cdot (-8) \cdot 16$$

$$D = 64 + 512$$

$$D = 576$$

$$x_1 = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{(-8) \pm \sqrt{576}}{2 \cdot (-8)}$$

$$x = \frac{-8 \pm 24}{-16} = \frac{16}{-16} = -1$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-8 - \sqrt{5+6}}{2 \cdot (-8)}$$

$$x_2 = \frac{-8 - 24}{-16} = \frac{-32}{-16} = 2$$

$$\begin{aligned} a_1 &= -1 \\ a_2 &= -1 + 4 = 3 \\ a_3 &= 9 \cdot (-1) = -9 \\ a_4 &= 27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= 2 \\ a_2 &= 6 \\ a_3 &= 18 \end{aligned}$$

$$S_{15} = 14348906$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$S_{15} = 2 \cdot \frac{3^{15} - 1}{3 - 1}$$

$$S_{15} = 2 \cdot \frac{14348906}{2} = 14348906$$

$$a_n = 354294$$

$$n =$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$354294 = 2 \cdot 3^{n-1} / :2$$

$$177147 = 3^{n-1}$$

$$3^{11} = 3^{n-1}$$

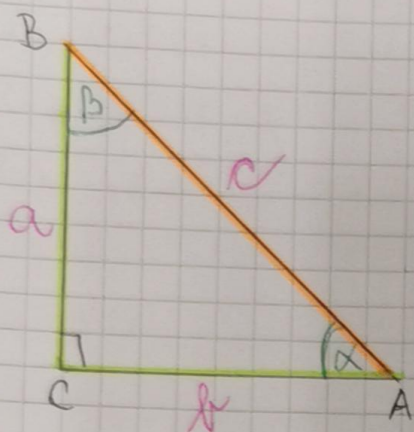
$$11 = n - 1$$

$$-n = -11 - 1$$

$$-n = -12 / : -1$$

$$n = 12$$

KOTNE FUNKCIJE



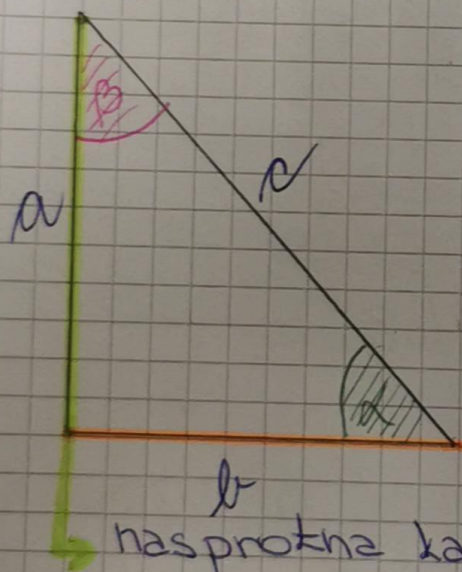
Kotne funkcije veljajo samo v pravokotnem trikotniku

- hipotenuza (najdaljša stranica)
- kateta

PITAGOROV IZREK

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Kotne funkcije so
RAZMERJE MED DUEMA STRANICAMA



priležna kateta kota α

nasprotna kateta kota α

a priležna kateta β kota

b nasprotna kateta β kota

SINUS

$$\sin \alpha = \frac{\text{nasprotna kateta (n.k.)}}{\text{hipotenuza (hip)}}$$

KOSINUS

$$\cos \alpha = \frac{\text{priležna kateta (p.k.)}}{\text{hipotenuza (hip)}}$$

TANGENS

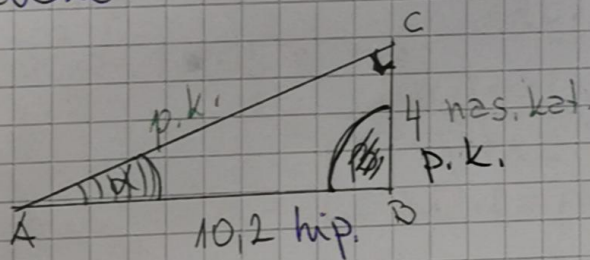
$$\tan \alpha = \frac{\text{nasprotna kateta}}{\text{priležna kateta}}$$

KOTANGENS

$$\cot \alpha = \frac{\text{priležna kateta}}{\text{nasprotna kateta}}$$

NALOGE

60. Na skici je pravokotni trikotnik



* Izračunajte velikost kotov α in β , rezultat zapišite na minuto natančno.

* $\sin \alpha = \frac{n.k.}{hip}$

$$\sin \alpha = \frac{4}{10,2}$$

$$\sin \alpha = 0,39$$

$$\alpha = \sin^{-1} 0,39 =$$

$$\alpha = 23,09^\circ = 19,58''$$

* Kadar prenašamo funkcije (sin, cos, tan) iz leve na desno zapišemo $\sin^{-1}$!!

VEDNO VNESA MO CEL RAČUN !!
VSOTA $\Rightarrow$ SHIFT $\Rightarrow$ SIN $\Rightarrow$ = 23,09° =
2ndf

$\Rightarrow$ FACT B = 19,58''

*
kot β

$$\cos \beta = \frac{\text{p.k.}}{\text{hip}}$$

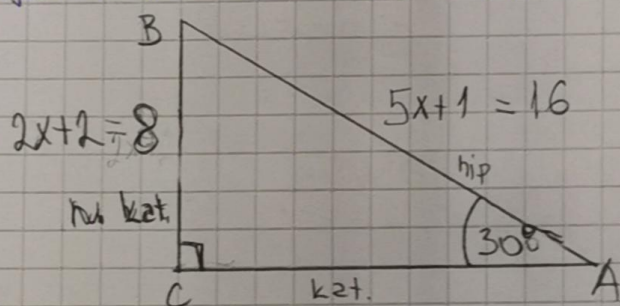
$$\cos \beta = \frac{4}{10,2}$$

$$\cos \beta = 0,39$$

$$\beta = \cos^{-1} 0,39$$

$$\beta = 66,9^\circ = 66^\circ 54'$$

32. Izračunajte dolžino hipotenuze pravokotnega trikotnika na skici:



$$\sin \alpha = \frac{\text{n.k.}}{\text{hip}}$$

$$\sin \underline{30^\circ} = \frac{2x+2}{5x+1}$$

$\Rightarrow$ v kalkulator vnesi samo $\underline{\sin 30}$

$$\frac{1}{2} \neq \frac{2x+2}{5x+1}$$

$$1 \cdot (5x+1) = 2 \cdot (2x+2)$$

$$5x+1 = 4x+4$$

$$5x-4x = 4-1$$

$$x = 3$$

POVEZAVE MED KOTNIMI FUNKCIJAMI

$$1. \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$2. \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$3. \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$4. \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$5. 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$6. 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

NALOGE

11. Izračunajte katančno vrednost $\cos \alpha$, če je $\sin \alpha = \frac{2}{5}$ in je α ostri kot.

* $\alpha =$ ostri kot $\alpha < 90^\circ$

$$\sin \alpha = \frac{2}{5}$$
$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

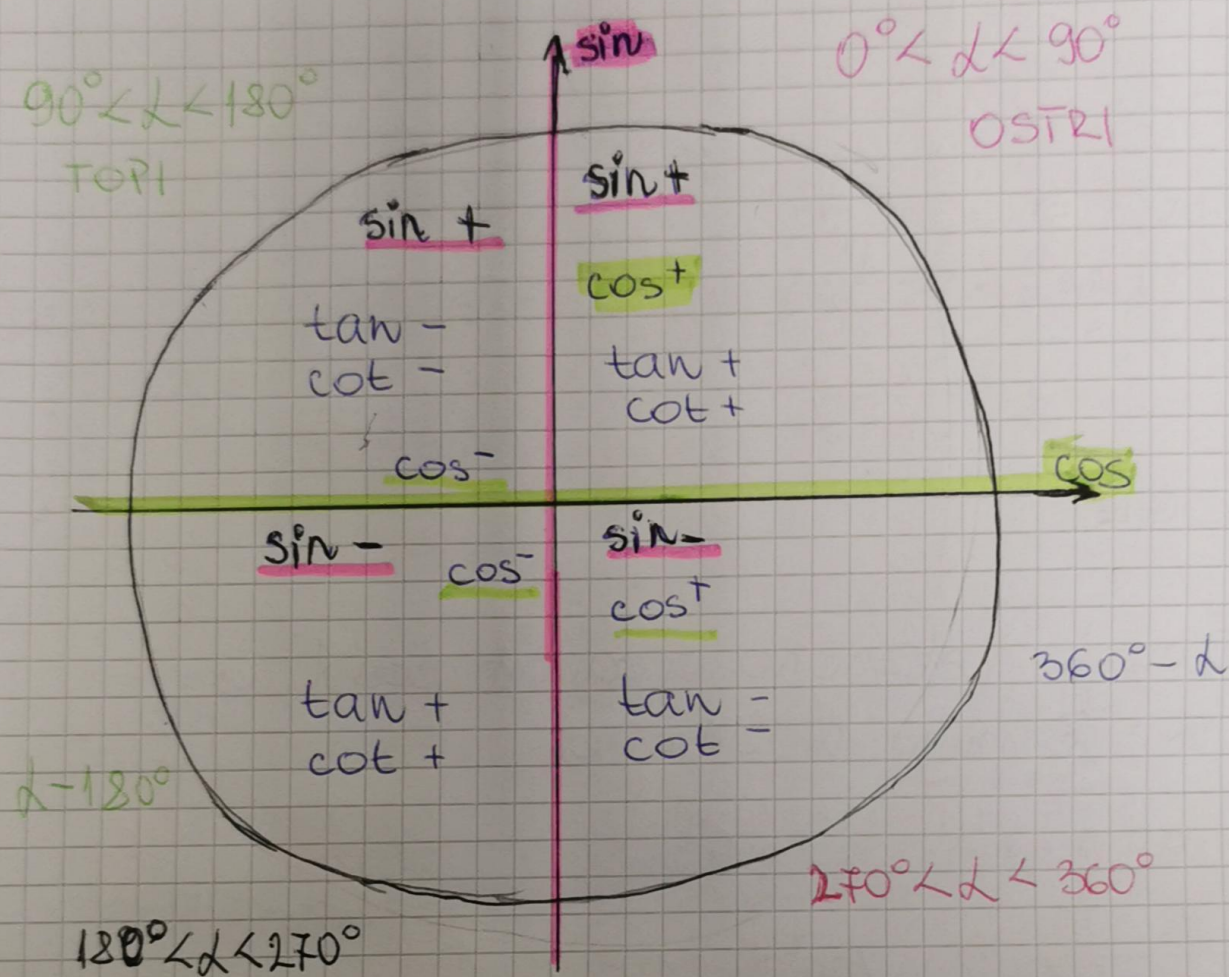
$$\frac{4}{25} + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{25}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{25}{25} - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0



* cosinus je na x osi

sinus na y osi

• $\sin 210 = \alpha - 180$

$\sin = 210 - 180$

$\sin = 30^\circ$

NALOGE

14. Izrazite vrednosti kotnih funkcij $\neq$ vrednostmi kotnih funkcij ostrih kotov in nato izračunajte natančno vrednost izraza.

$$\frac{\overset{\text{III}}{\sin 225^\circ} + \tan \overset{\text{II}}{135^\circ}}{\cos \underset{\text{IV}}{300^\circ}}$$

* Najprej pretvoriti vse v I. kvadrant (90°)

- Določiti v katerem kvadrantu se nahaja kot in določiti predznak

$$\frac{\sin 225^\circ + \tan 135^\circ}{\cos 300^\circ} = \frac{\sin(225^\circ - 180^\circ) - \tan(180^\circ - 135^\circ)}{+ \cos(360^\circ - 300^\circ)}$$

$$\frac{-\sin 45^\circ - \tan 45^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} - 1}{\frac{1}{2}} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{2}{2}}{\frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{2 \cdot (-\sqrt{2} - 2)}{2 \cdot 1} = -\sqrt{2} - 2$$